

Algorithmique III (I41) - Licence d'Informatique

Contrôle terminal (Session 2 - Juillet 2018)

Exercice 1 Dans toute la suite L désigne une liste indexée de 1 à n d'entiers naturels *triés* dans l'ordre croissant. On se propose d'écrire un algorithme $\text{Barycentre}(L)$ qui calcule l'indice p de la liste L qui minimise la valeur de la fonction

$$B(k) := \left| \sum_{i=1}^k L[i] - \sum_{i=k+1}^n L[i] \right| \quad (1)$$

(1) Quelle est la valeur de p pour la liste $L = [1, 1, 1, 1, 1, 1]$? Pour la liste $L = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$?

(2) Quelle est la valeur de p pour la liste L dont le i -ème terme est l'entier i ?

(3) Quelle est la valeur de p pour la liste L dont le i -ème terme est l'entier 2^{i-1} ?

(4) Écrivez un algorithme $\text{Barycentre}(L)$ qui calcule p et renvoie sa valeur. Explicitez d'abord votre algorithme en français.

(5) Quelle est la complexité de votre algorithme (justifiez)?

Exercice 2 On appelle *élément majoritaire* d'une liste L d'entiers naturels, tout élément dont le nombre d'occurrences est strictement supérieur à la moitié de la taille de la liste.

(1) Écrivez un algorithme $\text{Occurrences}(L, x)$ qui renvoie le nombre d'occurrences de la valeur x dans la liste L .

(2) Quelle est complexité de votre algorithme (justifiez)?

(3) Utilisez $\text{Occurrences}(L, x)$ pour écrire un algorithme $\text{Majoritaire}(L)$ qui renvoie l'élément majoritaire de la liste L s'il existe et 0 sinon (vous supposerez que la liste ne contient pas la valeur nulle).

(4) Quelle est la complexité de votre algorithme (justifiez)?

(5) On suppose à présent que la liste L est triée dans l'ordre croissant. Démontrez que s'il existe un élément majoritaire, alors sa première occurrence est nécessairement dans la première moitié de L .

(6) En déduire un nouvel algorithme $\text{MajoritaireTrie}(L)$ qui renvoie l'élément majoritaire de la liste L en exploitant le fait que la liste est triée.

(7) Quelle est la complexité de ce nouvel algorithme (justifiez)?