Algorithmique III. L2 Informatique I41.

TD 7. Le tri par tas [1]

EXERCICE 1. On considère la liste $L = [11, 2, 1, 8, 6, 5, 9, 4, 7, 10, 3, 2, 8]$. Appliquez l'algorithme du tri par tas à la liste L en décomposant les étapes de la transformation de L en tas, puis du tri de ce tas. Inutile de décomposer un tamisage, il suffira de matérialiser le chemin parcouru par le père en gras.

EXERCICE 2. Soit $A = (X, U)$ un arbre binaire enraciné non-vide.

(1) Exprimez en logique des prédicats que tout nœud différent de la racine de l'arbre admet un unique prédécesseur.

(2) Démontrez cette proposition.

EXERCICE 3. Soit T un tas non-vide. Exprimez en logique des prédicats que la première valeur d'un tas est la valeur maximale et démontrez le.

EXERCICE 4. Écrivez une version itérative de l'algorithme Tamiser.

EXERCICE 5. Soit $A = (X, U)$ un arbre binaire enraciné de racine r dont les sous-arbres gauche et droit sont des APO. Démontrez que l'arbre obtenu après l'application de l'algorithme Tamiser à r est un APO.

EXERCICE 6. Trouvez un contre-exemple qui prouve que le tri par tas n'est pas stable.

EXERCICE 7. On considère un tableau de taille n indexé de 1 à n et l'arbre binaire équilibré associé de profondeur p.

(1) Soit $k \in [\![0, p-1]\!]$. Démontrez que le nombre de nœuds à la profondeur k est égal à 2^k. Indication : faites une récurrence finie.

(2) En déduire que le nœud d'index i est à la profondeur $\lfloor \log_2(i) \rfloor$. Exprimez la profondeur p de l'arbre en fonction de la taille n du tableau.

(3) Définissez en logique des prédicats le plus grand indice $\hat{\imath}$ des nœuds internes (i.e. qui ne sont pas des feuilles) puis démontrez que $\hat{\imath} = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$. On admettra que le fils gauche (resp. droit) d'un nœud d'indice i a pour indice $2i$ (resp. $2i + 1$).

1. Version du 5 juillet 2022, 12 : 18