

Algorithmique IV (UE-41) - TD 2.

TD 2. Machine RAM et langage algorithmique ¹

Pour tous les programmes qui traitent une liste, une valeur particulière sert de balise de fin de lecture et n'est pas considérée comme une donnée.

EXERCICE 1. Écrivez un programme sur la machine RAM qui lit les données sur la bande d'entrée et les écrit sur la bande de sortie.

EXERCICE 2. Écrivez un programme sur la machine RAM qui lit les données sur la bande d'entrée et les écrit dans l'ordre inverse en sortie.

EXERCICE 3. Écrivez un programme sur la machine RAM qui lit les données sur la bande d'entrée et renvoie la plus petite valeur sur la bande de sortie, on suppose que les valeurs lues sont ≥ 0 et que la liste n'est pas vide.

EXERCICE 4. Écrivez un programme sur la machine RAM qui lit les données sur la bande d'entrée et renvoie les deux valeurs maximales sur la bande de sortie. On supposera que la bande contient au moins deux valeurs (sans compter la balise de fin de lecture).

EXERCICE 5. Calculez la complexité dans le meilleur et dans le pire des cas des algorithmes des exercices 1, 2 et 3.

EXERCICE 6. Réécrivez les algorithmes précédents en langage algorithmique et en considérant les données de la bande d'entrée et de la bande de sortie comme des listes.

EXERCICE 7. Soit $b = b_0b_1 \dots b_{n-1}$ une séquence binaire de n bits. On définit son *poide* $\pi(b)$ comme le nombre de ses bits non-nuls :

$$\pi(b) = \#\{i \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket \mid b_i \neq 0\}. \quad (1)$$

(1) Écrivez en langage algorithmique, un algorithme qui calcule le poids d'une séquence binaire. La séquence est encodée par une liste indexée à partir de 0.

(2) Faites une preuve d'arrêt et de justesse de cet algorithme.

(3) Écrivez le même algorithme sur la machine RAM. Conventions : chaque chiffre binaire est rangé dans une cellule de la bande d'entrée et la valeur -1 sert de balise de fin de lecture.

(4) Calculez le nombre minimum, maximum et moyen d'instructions décodées par cette machine RAM. Indication : partitionnez l'ensemble $\Omega := \{0, 1\}^n$ selon le poids de ses éléments.

(5) Reprenez le calcul du nombre moyen d'instructions en sommant les poids $\pi(b)$ des 2^n séquences binaires b . Indication : faites une table des 8 séquences binaires possibles, en les énumérant dans l'ordre de l'écriture binaire des entiers de 0 à $2^3 - 1$ par exemple. Observez la répartition des bits dans chacune des 3 colonnes, que constatez-vous ? Généralisez aux séquences de longueur n .

1. Version du 13 janvier 2025, 11 : 11