

## SSI1, Infographie. Examen

vendredi 22 décembre 2006

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales*. Chaque réponse doit être accompagnée d'une justification. Lisez attentivement l'énoncé avant toute tentative de raisonnement. Le barème est donné à titre indicatif. Cours et TD sont autorisés. Durée 3 heures.

**Exercice 1.** [? pts] On considère la courbe de Bézier cubique définie par les 4 points de contrôle  $M_0 = (0, 0)$ ,  $M_1 = (1, 2)$ ,  $M_2 = (2, -2)$  et  $M_3 = (3, 0)$ .

- [1pt] Calculez les deux fonctions  $X(u)$  et  $Y(u)$  qui définissent respectivement l'abscisse et l'ordonnée du point générique  $M(u)$  de cette courbe.
- [1pt] Quelle est l'abscisse du point  $U$  de la courbe qui a l'ordonnée la plus grande? Comment déduire l'abscisse du point  $V$  de la courbe qui a l'ordonnée la plus petite sans calculs?
- [1pt] Montrez sans calculs que la courbe coupe nécessairement l'axe des abscisses en un autre point que  $M_0$  et  $M_3$  et donnez la valeur du paramètre  $u$  correspondant, toujours sans calculs.
- [1pt] La tangente en un point  $M(a)$  d'une courbe définie paramétriquement par les points  $M(u)$ ,  $u \in [0, 1]$  est donnée par la droite paramétrée suivante :

$$T(u) = M(a) + uM'(a) = \begin{pmatrix} X(a) + uX'(a) \\ Y(a) + uY'(a) \end{pmatrix}, \quad u \in \mathbf{R}.$$

où  $X'(a)$  désigne la valeur de la dérivée de la fonction  $u \mapsto X(u)$  au point  $a$  et  $Y'(a)$  la valeur de la dérivée de  $u \mapsto Y(u)$  au point  $a$ . Calculez la tangente à cette courbe en  $u = 1/2$ .