

### M3, Infographie 2D. Première session

décembre 2002

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales*. Chaque réponse doit être accompagnée d'une justification. Lisez attentivement l'énoncé avant toute tentative de raisonnement. Le barème est donné à titre indicatif. Cours et TD sont autorisés. Durée 3 heures.

**Exercice 1.** [4 pts] Mettre la charrue sans les boeufs.

On désire labourer une parcelle de terrain avec un robot de labour. Le terrain est de forme polygonale, c'est-à-dire limité par une frontière unique, continue et fermée composée de segments de droites. À chaque sommet de cette frontière est placée une balise métrique, le robot est toujours capable de "voir" toutes les balises et d'en déterminer la position (relative à la sienne, en coordonnées cylindriques : angle et distance). Il n'y a aucun obstacle dans le terrain. Le labour consiste à déplacer le robot sur la totalité de la surface de la parcelle, sur des parallèles dans une direction donnée, avec un espacement constant. On supposera que la direction des sillons sera parallèle à un des côtés du terrain, et que l'on commencera par ce côté.

Le robot laboureur est piloté par un processeur programmable.

- (1) Comment définiriez-vous la géométrie du terrain dans votre programme (c'est-à-dire quelles variables déclareriez-vous) ? Serait-il utile de créer un objet "terrain" ?
- (2) Décrivez l'algorithme que vous utiliseriez pour labourer un terrain limité par une frontière convexe.
- (3) Quels problèmes pourrait-on rencontrer dans le cas de frontières non convexes ?

**Exercice 2.** [4 pts] Espaces colorimétriques.

On considère les espaces colorimétriques RGB et CMY. On rappelle que ces deux espaces sont liés par la relation :

$$\begin{pmatrix} C \\ M \\ J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R \\ V \\ B \end{pmatrix}.$$

Le modèle RVB est utilisé en télévision et en informatique et est associé à la synthèse additive : le mélange des trois couleurs primaires produit du blanc (figure 1, image de gauche).

Le modèle CMJ est utilisé en imprimerie et est associé à la synthèse soustractive : le mélange des trois couleurs primaires produit du noir (figure 1, image de droite).

FIGURE 1. Composition des couleurs primaires pures

- (1) On se place dans l'espace CMJ et l'on considère le mélange de Cyan et de Magenta, donc la couleur de coordonnées (1, 1, 0) dans cet espace. Montrer que cette couleur est le Bleu.
- (2) On considère deux couleurs  $A$  et  $B$  et l'on calcule l'interpolation de ces couleurs, c'est-à-dire les couleurs de la forme  $tA + (1-t)B$ . Est-ce que le résultat de l'interpolation change selon que l'on se place dans le modèle RVB ou dans le modèle CMJ ?
- (3) Pourquoi dit-on que les couleurs telles que Rouge et Cyan, Jaune et Bleu, Vert et Magenta sont complémentaires ?

**Exercice 3.** [6 pts] Modélisation 2D.

La structure de données suivante permet de décrire un maillage de polygones. Elle s'appelle "half-edge" (demi-arête) car chaque arête commune à deux faces est décomposée en deux moitiés qui se rejoignent mutuellement. Ainsi, dans l'exemple ci-dessous, les arêtes entre les sommets  $s_1/s_4$  et  $s_3/s_4$  sont chacune représentées par deux flèches ( $a_3$  et  $a_4$ ,  $a_6$  et  $a_7$ ). Chaque flèche est représentée par une structure `DemiArête`, et les demi-arêtes d'une face sont chaînées entre elles.

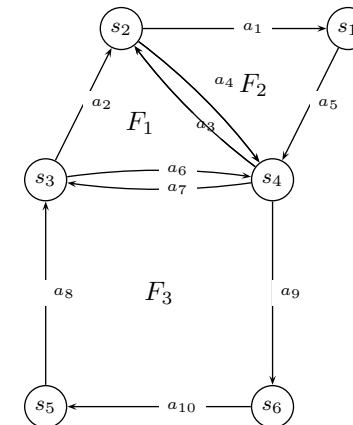


FIGURE 2. Exemple de modélisation par demi-arête.

La structure de données est la suivante :

```
class Sommet {
    reel x, y; // Les coordonnées du sommet.
}
```

```

class DemiArete {
    Sommet s1, s2; // Les deux sommets adjacents, dans l'ordre de parcours.
    DemiArete autre; // L'arte "soeur" de cette arete,
                    // ou null si c'est une arte du bord du maillage.
    Face f; // La face du maillage laquelle appartient cette
            // arte, ou null si cette arte est dconnecte.
    DemiArete suiv; // L'arte suivante de la face dans l'ordre de parcours,
                    // ou null s'il n'y a pas de face associe.
}

class Face {
    DemiArete a; // Une demi-arte qui appartient la face.
}

class Maillage {
    listof Sommet sommets; // La liste des sommets.
    listof Arete aretes; // La liste des artes.
    listof Face faces; // La liste des faces.
}

```

Pour faciliter l'écriture, on introduit le type "listof X" qui permet de manipuler des listes d'objets avec les opérations d'insertion, de destruction et de parcours suivantes :

```

lst.insert (e); // insrer l'element e en tete de la liste lst
lst.remove (e); // retirer l'element e de la liste lst
foreach (e, lst) { // parcourir les lments de la liste lst
    // traiter l'lment e
}

```

Dans toutes les questions suivantes, on pourra ajouter des champs la structure de donnees ci-dessus condition de dcrire et de justifier ces ajouts.

- (1) Faire un schma des liens de la structure "half-edge" pour le maillage de la figure 2.
- (2) Ecrire une fonction qui affiche un maillage en fil-de-fer.
- (3) Quels sont les avantages et inconvnients de la structure "half-edge" par rapport la structure classique : liste de sommets, liste d'artes, et liste de faces, chaque face contenant la liste de ses artes et/ou sommets.

**Exercice 4.** [6 pts] On considère la courbe de Bézier cubique  $\mathcal{C}$  associée aux points de contrôle  $M_0 = (0, 1)$ ,  $M_1 = (3, 1)$ ,  $M_2 = (3, 0)$  et  $M_3 = (4, 0)$ .

1. [1 pt] Calculez les coordonnées du point générique  $M(u)$  de la courbe  $\mathcal{C}$ .
2. [1,5 pts] Montrez qu'il y a nécessairement un point d'inflexion  $I$  et calculez ses coordonnées.
3. [1 pt] Calculez l'équation de la tangente à la courbe en  $I$ .
4. [0,5 pt] Tracez la courbe de Bézier.

5. [2 pts] Supposons que le troisième point de contrôle  $M_3$  ait pour coordonnées  $(t, 0)$ . Quelle devrait être la valeur de  $t$  pour que la tangente en  $I$  passe par  $M_0$  ?

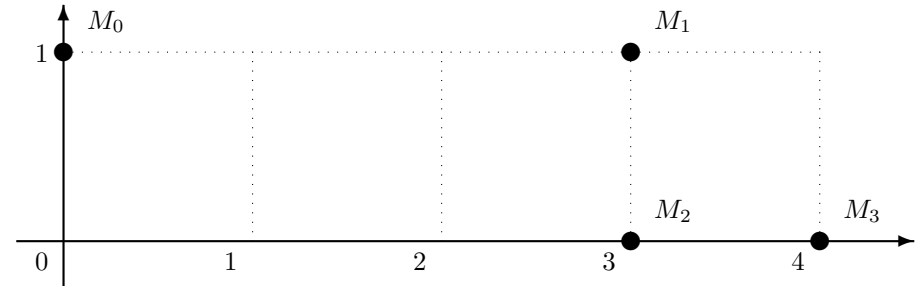


FIGURE 3. Points de contrôle de la courbe de Bézier cubique.

**Examen d'infographie 2000-2001**  
**Correction**

**Exercice 1.** [4 pts]

(1)

**Exercice 2.** [7pt]

(1)

(2)

(3)