

MASTER D'INFORMATIQUE — INFOGRAPHIE

Première session. mardi 19 décembre 2000

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales*. Tous les documents sont autorisés. Durée 1 heure.
Bonne année!

Exercice 1. [6pt] On considère la courbe de Bézier quadratique associée aux points de contrôle $M_0 = (0, 1)$, $M_1 = (1, 1)$, $M_2 = (1, 0)$.

- (1) Calculez la distance $d(u)$ de $M(u)$ à l'origine $O = (0, 0)$ en fonction de u , où $M(u)$ désigne le point générique de la courbe de Bézier.
- (2) Étudiez la fonction $u \mapsto d(u) - 1$ sur l'intervalle $[0, 1]$.
- (3) En déduire que la boule unité

$$B(O, 1) = \{M \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, d(M, O) \leq 1\}$$

est incluse dans l'enveloppe convexe de la courbe de Bézier par morceaux, jonction des quatre courbes de Bézier quadratiques définies respectivement par les points de contrôle suivants :

- (a) $M_0 = (0, 1)$, $M_1 = (1, 1)$, $M_2 = (1, 0)$.
 - (b) $M_3 = (1, 0)$, $M_4 = (1, -1)$, $M_5 = (0, -1)$.
 - (c) $M_6 = (0, -1)$, $M_7 = (-1, -1)$, $M_8 = (-1, 0)$.
 - (d) $M_9 = (-1, 0)$, $M_{10} = (-1, 1)$, $M_{11} = (0, 1)$.
- (4) Quelle est la classe de continuité des différentes jonctions ?