

## L2 Informatique - Algorithmique - Session 2

Mercredi 21 juin 2017. 09h00-11h00. Amphi 400

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales*. Documents interdits. Durée 2h00. Le barème indiqué est *approximatif*.

IMPORTANT. Avant d'écrire un algorithme en pseudo-langage algorithmique, décrivez le brièvement *en français*. D'autre part, pour toutes les questions de complexité, précisez :

- (1) Ce que désigne la/les variable(s) des fonctions de complexité  $\hat{T}$ ,  $\check{T}$ ,  $\bar{T}$ ;
- (2) S'il y a lieu de distinguer ces trois fonctions, meilleur des cas, pire des cas et cas moyen (le calcul de ce dernier n'est pas demandé) ;
- (3) Quelles instructions vous comptabilisez et pourquoi vous les considérez représentatives de l'algorithme.

**Exercice 1.** [3pts] (a) Soit  $(p, n) \in \mathbf{N} \times \mathbf{N}$  et  $x \in \mathbf{R}$  avec  $0 \leq p \leq n$ . Calculez la somme

$$\sum_{i=p}^n x^i.$$

(b) Démontrez que

$$\sum_{i=1}^n \log_2 i = \Theta(n \log n).$$

**Exercice 2.** [3pts] Dessinez l'arbre de décision du tri à bulles pour les instances de taille 3. Quelle est la profondeur de cet arbre ?

**Exercice 3.** [6pts] Un nombre entier est représenté à l'aide d'une liste dont l'indexation commence à 0 et qui contient les chiffres de sa représentation en base  $B \geq 1$ , dans l'ordre *croissant* des puissance de la base  $B$ .

(a) Écrivez un algorithme SOUSTRACTION( $X, Y, B$ ) qui renvoie la liste des chiffres de l'entier  $X - Y$ , les paramètres  $X$  et  $Y$  étant des listes codant des entiers naturels. On supposera que  $X \geq Y$ .

(b) Calculez la complexité de votre algorithme exprimée en fonction de  $n$  et  $m$ , le nombre de chiffres respectifs des nombres  $X$  et  $Y$ .

**Exercice 4.** [4pts] (a) Écrivez un algorithme sur la machine RAM qui renvoie la valeur décimale d'un nombre saisi en binaire sur la bande d'entrée, bit de poids fort à *gauche* sur la bande. La fin de la saisie sera matérialisée sur la bande d'entrée par une valeur négative quelconque.

(b) Quelle est la complexité de votre algorithme ?

**Exercice 5.** [6pts] Soient  $u = u_1u_2 \dots u_n$  et  $v = v_1v_2 \dots v_m$  deux mots sur un alphabet  $A$ . On dit que  $u$  est une *portion* de  $v$ , s'il existe un entier  $k$  tel que  $1 \leq k \leq m - n + 1$  et  $\forall i \in [1, n]$ ,  $u_i = v_{k+i-1}$ . Par exemple, **ami** est une portion de longueur 3 du mot **examiner**.

(a) Combien y-a-t-il de portions de longueur  $n$  d'un mot de longueur  $m$  ?

(b) Écrivez un algorithme ESTPORTION( $u, v$ ) qui renvoie **vrai** si  $u$  est une portion de  $v$  et **faux** sinon. On notera  $u[i]$  le  $i$ -ème terme de la séquence  $u$ .

(c) Calculez la complexité de cet algorithme dans le meilleur des cas et dans le pire des cas en fonction des longueurs  $n$  et  $m$  des mots  $u$  et  $v$ .