

L2 Sciences de l'Ingénieur - Algorithmique - Session 2

Lundi 29 juin 2015. 13h00-15h00. W 300.

La précision et la clarté de votre rédaction sont *fondamentales*. Documents interdits. Durée 2h00. Le barème indiqué est *approximatif*.

Exercice 1. [3pts] Quelle est la valeur de la somme des entiers *pairs* compris entre 40 et 378 (inclus) ?

Exercice 2. [3pts] Dessinez l'arbre binaire de décision du tri à bulles pour les instances de taille 3. Les branches droites correspondent aux comparaisons qui sont satisfaites, les feuilles doivent contenir la liste avant le tri.

Exercice 3. [4pts] Écrivez un algorithme $\text{MaxMax}(L) : \text{entier}$ qui renvoie les *indices* des deux plus grandes valeurs de la liste L (qui contient au moins deux termes par hypothèse). On veut que l'algorithme trouve ces deux indices *en une seule passe* sur la liste, l'indexation commence à 1. Quelle est la complexité de cet algorithme ?

Exercice 4. [6pts] Écrivez un algorithme sur la machine RAM qui additionne tous les nombres de la bande d'entrée et qui écrit le résultat sur la bande de sortie. La sommation doit s'arrêter dès qu'une valeur nulle est lue sur la bande d'entrée. Les instructions sont rappelées dans la table ci-contre.

Exercice 5. [6pts] Écrivez un algorithme $\text{Equilibre}(L) : \text{entier}$, où L est une liste d'entiers triée dans l'ordre croissant, qui recherche l'indice b compris entre 1 et $\#L$ tel que la somme des termes d'indice $i \in [1, b]$ est la plus proche possible de la somme des termes restants (donc $i \in [b + 1, \#L]$).

Estimez la complexité de votre algorithme.

Rappel important ! pour toutes les questions de complexité, précisez :

- (1) ce que désigne la/les variable(s) de la fonction de complexité T ;
- (2) quelles instructions vous comptabilisez et pourquoi vous les considérez représentatives de l'algorithme ;
- (3) s'il y a lieu de distinguer différentes complexités, meilleur des cas, pire des cas (le cas échéant, le complexité moyenne n'est pas demandée).

Type	Instruction	Signification
Entrées/Sorties	READ	$\text{ACC} \leftarrow e_i, i \leftarrow i + 1$
	WRITE	$s_j \leftarrow \text{ACC}, j \leftarrow j + 1$
Affectations	LOAD #n	$\text{ACC} \leftarrow n$
	LOAD n	$\text{ACC} \leftarrow R[n]$
	LOAD @n	$\text{ACC} \leftarrow R[R[n]]$
	STORE n	$R[n] \leftarrow \text{ACC}$
	STORE @n	$R[R[n]] \leftarrow \text{ACC}$
Arithmétiques	ADD n	$\text{ACC} \leftarrow \text{ACC} + R[n]$
	SUB n	$\text{ACC} \leftarrow \text{ACC} - R[n]$
	MUL n	$\text{ACC} \leftarrow \text{ACC} \times R[n]$
	DIV n	$\text{ACC} \leftarrow \text{ACC} \div R[n]$
	MOD n	$\text{ACC} \leftarrow \text{ACC} \% R[n]$
	INC n	$R[n] \leftarrow R[n] + 1$
	DEC n	$R[n] \leftarrow R[n] - 1$
Ruptures de séquence	JUMP n	$\text{CO} \leftarrow n$
	JUMZ n	$\text{CO} \leftarrow n$ si $\text{ACC} = 0$
	JUML n	$\text{CO} \leftarrow n$ si $\text{ACC} < 0$
	JUMG n	$\text{CO} \leftarrow n$ si $\text{ACC} > 0$
	STOP	arrêt du programme

TABLE 1. Jeu d'instructions de la machine RAM.